교류회로의 보충해석

한양대학교
HANYANG UNIVERSITY

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.1. 유도 결합 회로

• 인덕턴스에 전기 에너지가 가해지면 자기장의 형태로 전기 에너지 소비한다.

→ 자속 (magnetic flux) 발생

• 자속은 자기 자신 뿐 아니라 주변의 다른 인덕턴스에도 영향을 미친다.

- 누설자속(leakage flux): 자기 자신하고만 쇄교하는 자속

- 상호자속(mutual flux): 다른 코일과 쇄교하는 자속

• 근처에 있는 인덕터에서 발생한 자속에 의하여 서로 영향을 받는 인덕턴스가 포함된 회로를 **유도결합회로(inductively coupled circuit)**라 한다.

➔ 유도결합을 다루기 위하여 *RLC* 이외에 **상호 인덕턴스(mutual inductance) *M***[H] 도입.

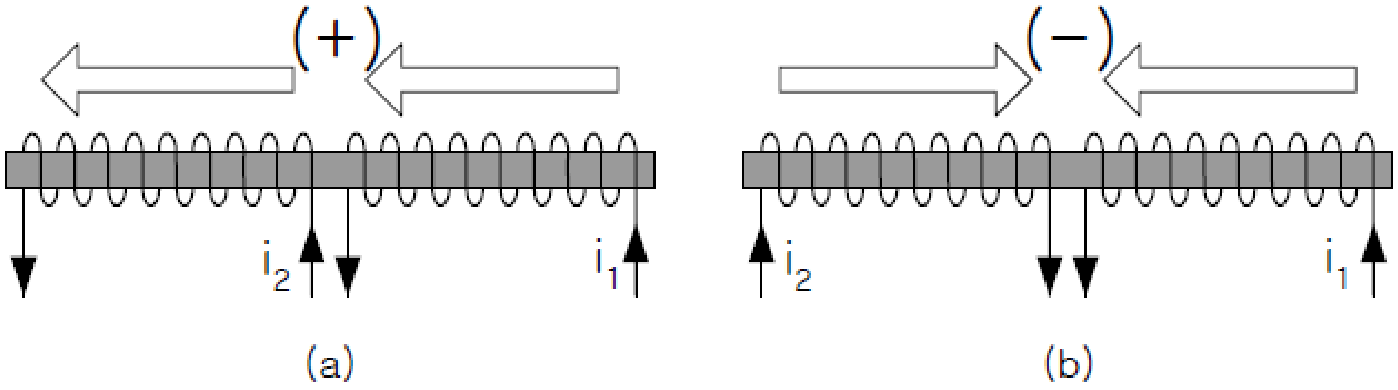
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.1. 유도 결합 회로

자속이 쇄교하는 형태나 크기에 따라서 회로 전체의 인덕턴스 값을 증가시키는 경우의 상호 인덕턴스는 (+)로, 회로 전체의 인덕턴스 값을 감소시키는 경우는 (-)로 계산한다.

(a)의 경우는 코일에서 발생하는 자속이 서로 더해지는 형태

(b)의 경우는 코일에서 발생하는 자속이 서로 상쇄되는 형태



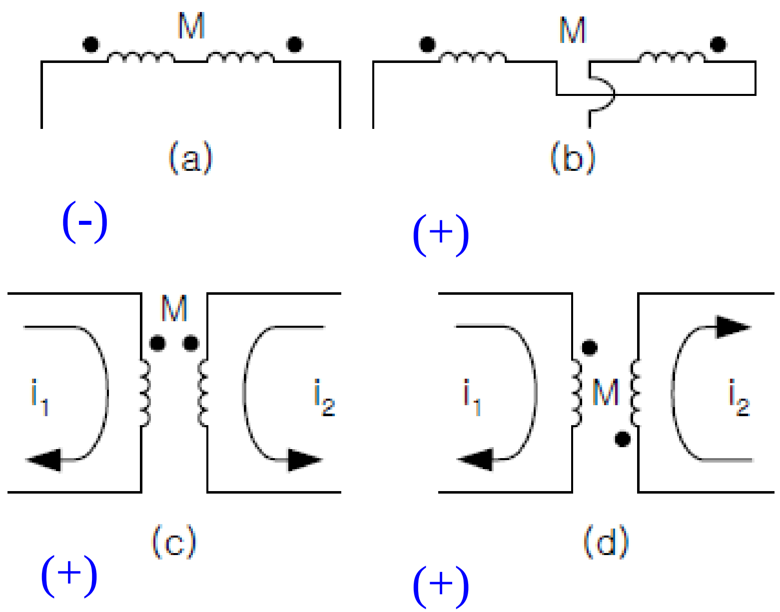
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.1. 유도 결합 회로

코일 근처에 점을 찍어 코일의 상대적인 감긴 방향을 나타낸다.

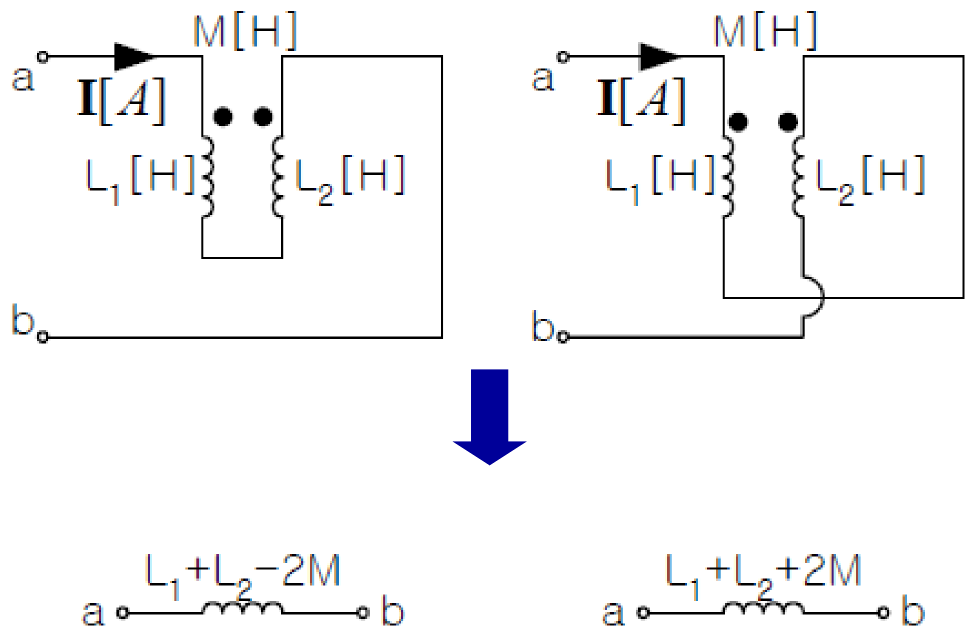
전류가 들어오는 단자나 나가는 단자에 점을 찍는데, 각 코일의 같은 단자에 점을 찍으면 상호 인덕턴스는 (+), 서로 다른 단자에 점을 찍으면 상호 인덕턴스는 (-)이다.

[예제 9-1] 그림 9-2에서 상호 인덕턴스의 부호를 정하시오.



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.2. 상호 인덕턴스의 계산과 결합계수

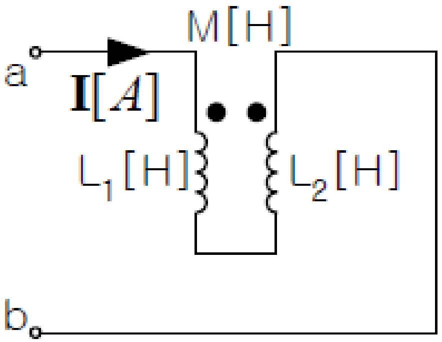


L_1에 전류가 흐르면 L_2에 M만큼 영향을 주고, L_2에 전류가 흐르면 L_1에 M만큼 영향을 준다.

유도결합을 해석할 경우에는 반드시 상호 인덕턴스를 두 번 고려해야 한다.

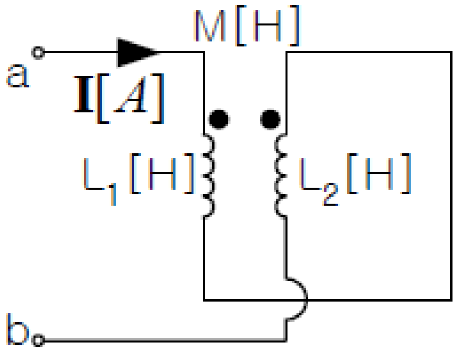
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.2. 상호 인덕턴스의 계산과 결합계수



단자 *a*-*b*사이의 전압 $\mathbf{V}_{ab}$는

$$\mathbf{V}_{ab} = j\omega L_1\mathbf{I} - j\omega M\mathbf{I} + j\omega L_2\mathbf{I} - j\omega M\mathbf{I} = j\omega\underbrace{\left(L_1 + L_2 - 2M\right)}_{L_{(-)}}\mathbf{I}$$



단자 *a*-*b*사이의 전압 $\mathbf{V}_{ab}$는

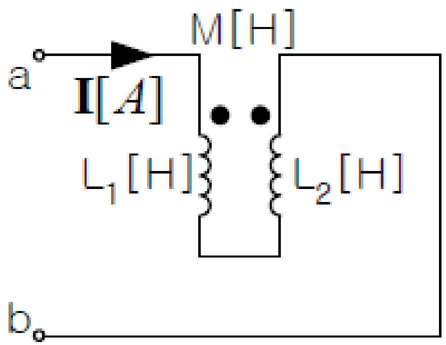
$$\mathbf{V}_{ab} = j\omega L_1\mathbf{I} + j\omega M\mathbf{I} + j\omega L_2\mathbf{I} + j\omega M\mathbf{I} = j\omega\underbrace{\left(L_1 + L_2 + 2M\right)}_{L_{(+)}}\mathbf{I}$$

하나의 자기 인덕턴스로 등가화 할 수 있다.

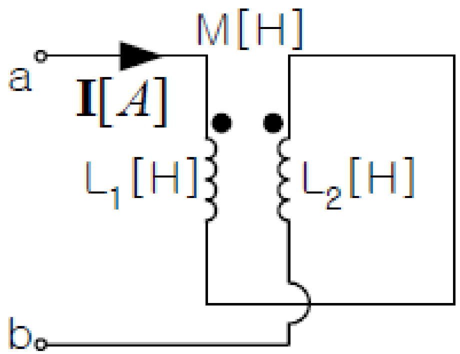
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.2. 상호 인덕턴스의 계산과 결합계수

상호 인덕턴스 측정



$$L_{(-)} = L_1 + L_2 - 2M$$



$$L_{(+)} = L_1 + L_2 + 2M$$

$$M = \frac{L_{(+)} - L_{(-)}}{4}$$

결합계수 (coefficient of coupling) k

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \qquad 0 \le k \le 1$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.2. 상호 인덕턴스의 계산과 결합계수

[예제 9-2] 두 인덕턴스를 직렬 연결하는 경우 한 방향으로 연결하면 합성인덕턴스가 $16[mH]$, 반대 방향으로 연결하면 합성 인덕턴스가 $10[mH]$가 된다. 이 두 코일 사이의 상호 인덕턴스 $[mH]$는 얼마인가?

$L_{(+)} = 16$, $L_{(-)} = 10$이므로 $M = \dfrac{L_{(+)} - L_{(-)}}{4} = 1.5\,[mH]$

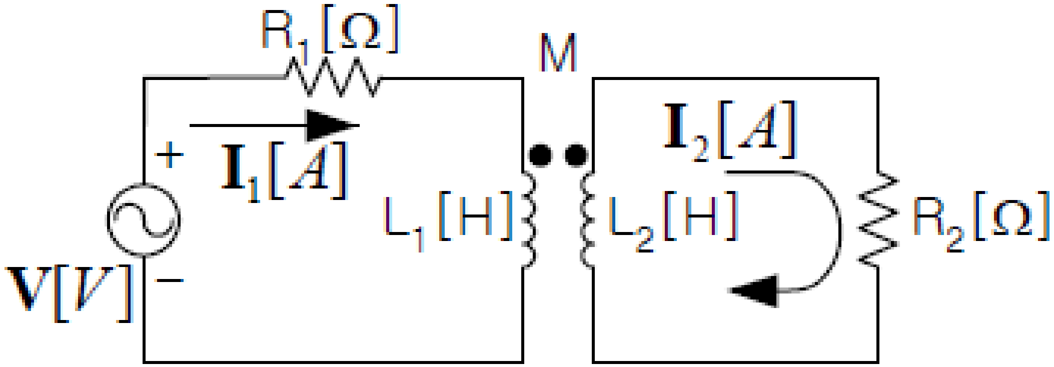
[예제 9-3] 두 코일을 두 가지 방법으로 직렬연결하면 각각 25, $13[mH]$가 된다고 한다. 한 코일의 자기 인덕턴스의 크기를 $15[mH]$라 하면 두 코일사이의 결합계수는 얼마인가?

$$M = \frac{25-13}{4} = 3\,[mH],\ 25 = 15 + L_2 + 2M$$

$$k = \frac{3}{\sqrt{15 \times 4}} = 0.39$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.3. 유도 결합회로의 해석



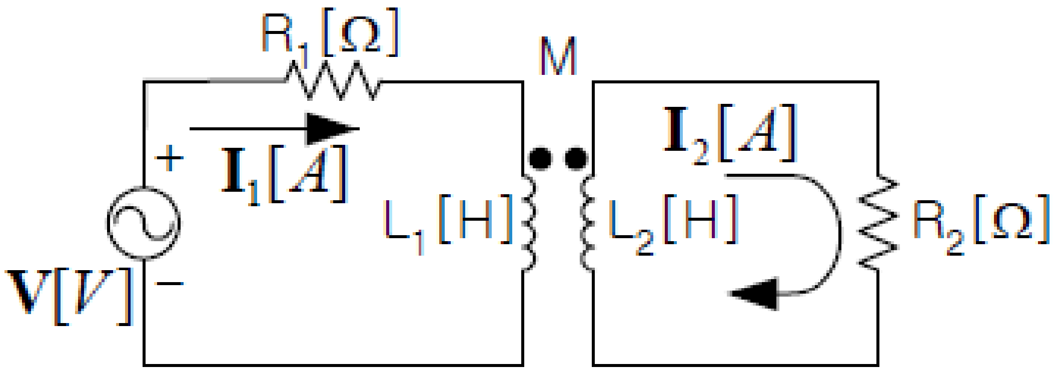
변압기의 대표적인 등가회로이다.

왼쪽 회로와 오른쪽 회로는 외관상 완전히 분리된 상태이지만, 인덕턴스에 의하여 유도 결합 되어 있다.

전원에 의하여 L_1에 전류가 흐르면, 유도결합에 의해 L_2에도 전압이 유도된다. 아무런 전원이 없는 오른쪽 회로에도 전류가 흐르게 되며, 이 전류가 L_2를 흐르면 유도결합에 의해 L_1에 영향을 미친다.

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.3. 유도 결합회로의 해석



상호 인덕턴스를 무시할 때의 회로의 전압 방정식은

$$\begin{cases} V = (R_1 + j\omega L_1) I_1 \\ 0 = (R_2 + j\omega L_2) I_2 \end{cases}$$

상호 인덕턴스를 고려하면, 왼쪽 회로에 I_2의 영향을 반영하고 오른쪽 회로에 I_1에 의한 영향을 반영한다.

$$\begin{cases} (R_1 + j\omega L_1) I_1 \qquad - j\omega M I_2 = V \\ \qquad - j\omega M I_1 + (R_2 + j\omega L_2) I_2 = 0 \end{cases}$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.3. 유도 결합회로의 해석

크래머의 공식을 적용하면,

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} V & -j\omega M \\ 0 & R_2 + j\omega L_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & R_2 + j\omega L_2 \end{vmatrix}} = \frac{(R_2 + j\omega L_2) V}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} [A]$$

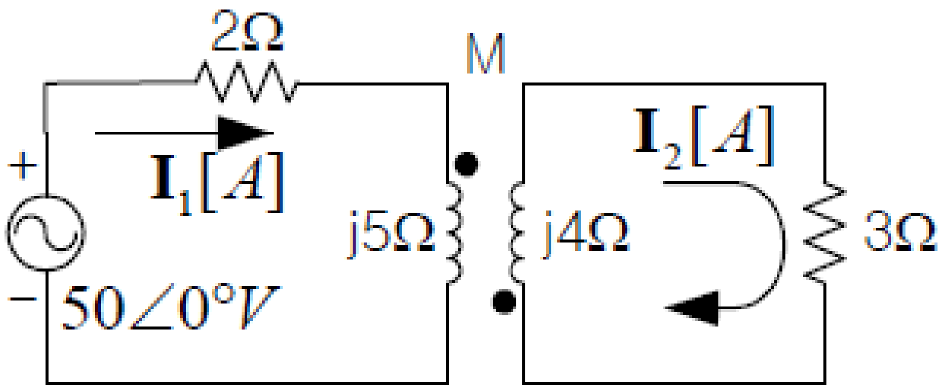
따라서, 이 회로의 구동점 임피던스 (driving point impedance)는

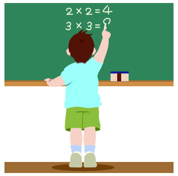
$$Z_D = \frac{V}{I_1} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2} = R_1 + \frac{\omega^2 M^2 R_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} + j\omega (L_1 - \frac{\omega^2 M^2 L_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}) [\Omega]$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.3. 유도 결합회로의 해석

[예제 9-4] 그림 9-5에서 $\omega M = 2[\Omega]$일 때 회로의 구동점 임피던스$[\Omega]$를 구하시오.

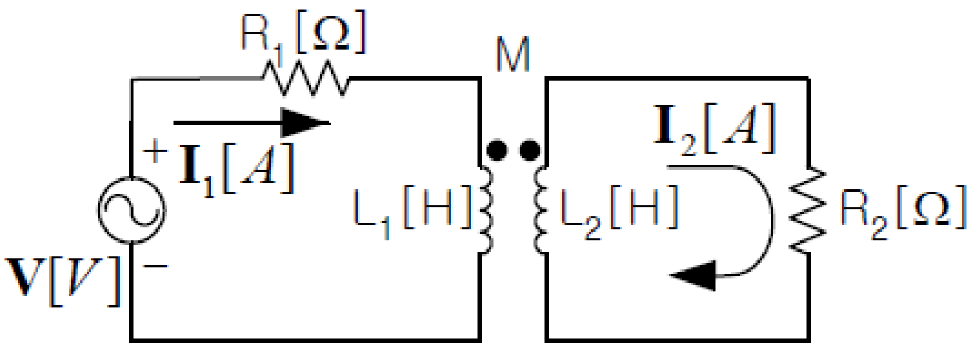


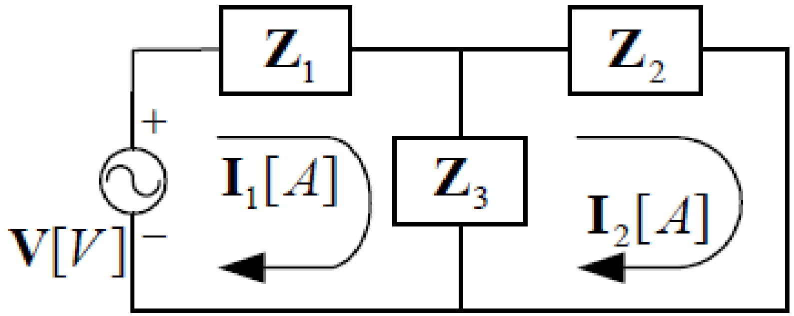


E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.4. 유도 결합회로의 등가 회로

메쉬해석법 적용을 용이하게 하기 위하여, 상호 인덕턴스를 적당히 변환해서 자기 인덕턴스만의 회로로 바꿀 수 있다.





$$\begin{cases}(R_1+j\omega L_1)I_1 & -j\omega MI_2=V \\ -j\omega MI_1+(R_2+j\omega L_2)I_2=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(Z_1+Z_3)I_1 & -Z_3I_2=V \\ -Z_3I_1+(Z_2+Z_3)I_2=0\end{cases}$$

$$R_1+j\omega L_1=Z_1+Z_3$$

$$-j\omega M=-Z_3$$

$$R_2+j\omega L_2=Z_2+Z_3$$

➡

$$Z_1=R_1+j\omega(L_1-M)$$

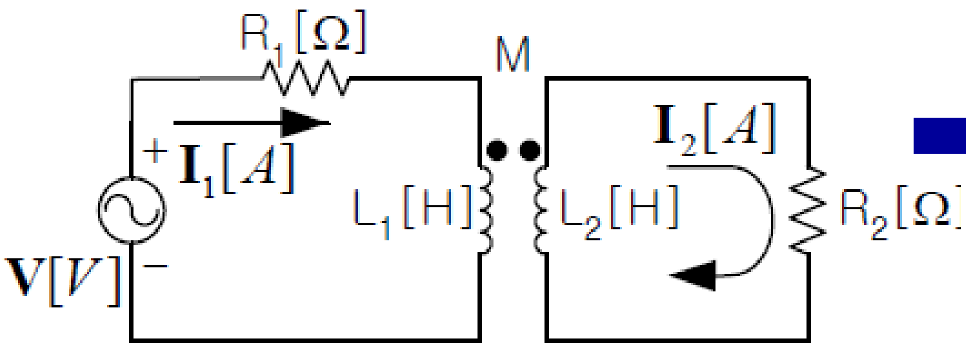
$$Z_2=R_2+j\omega(L_2-M)$$

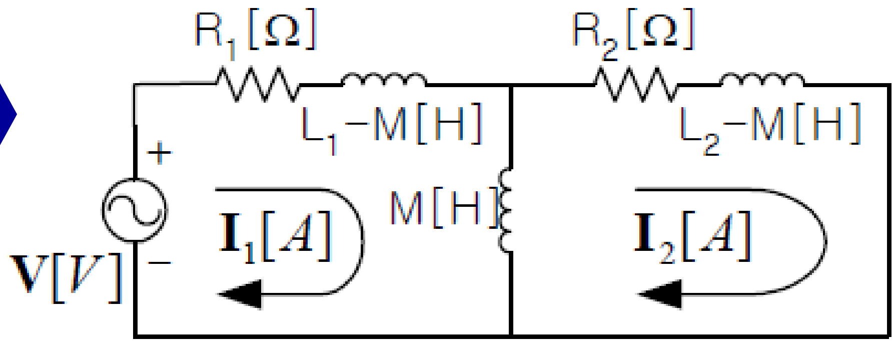
$$Z_3=j\omega M$$

한양대학교 HANYANG UNIVERSITY

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.4. 유도 결합회로의 등가 회로

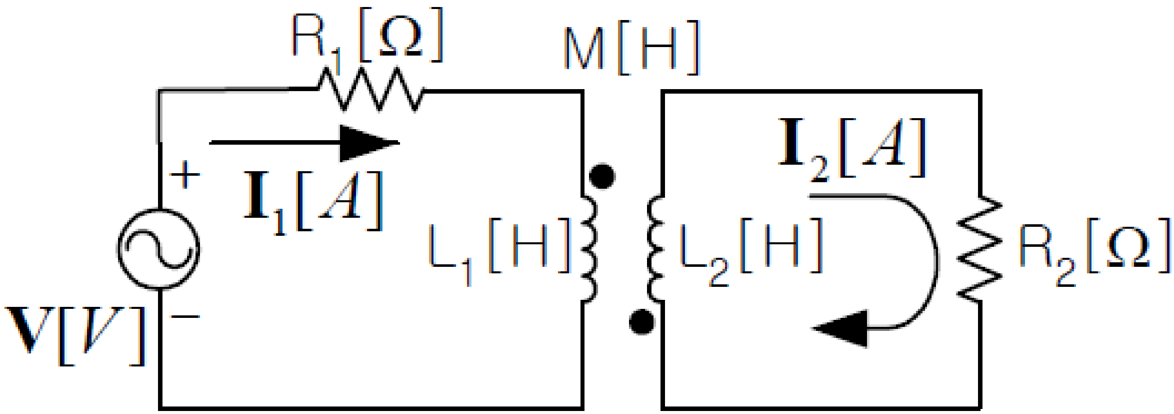




E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

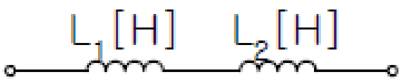
9.4. 유도 결합회로의 등가 회로

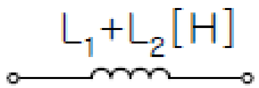
[예제 9-5] 그림 9-8의 결합 회로를 자기 인덕턴스만의 등가회로로 변환하시오.



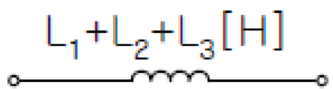
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.5. 자기 인덕턴스의 합성법



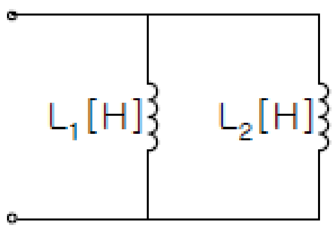


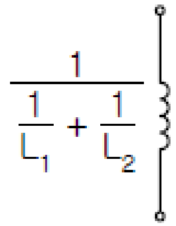
$$j\omega L_1 + j\omega L_2 = j\omega\left(L_1 + L_2\right) \longrightarrow L = L_1 + L_2$$



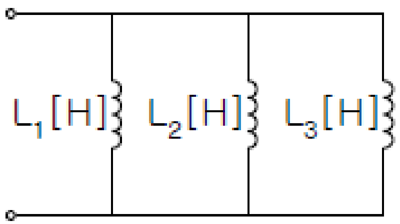
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

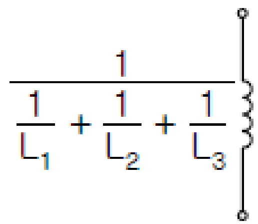
9.5. 자기 인덕턴스의 합성법





$$\frac{1}{\frac{1}{j\omega L_1}+\frac{1}{j\omega L_2}} = j\omega\frac{1}{\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}} = j\omega\frac{L_1L_2}{L_1+L_2} \longrightarrow L = \frac{L_1L_2}{L_1+L_2}$$

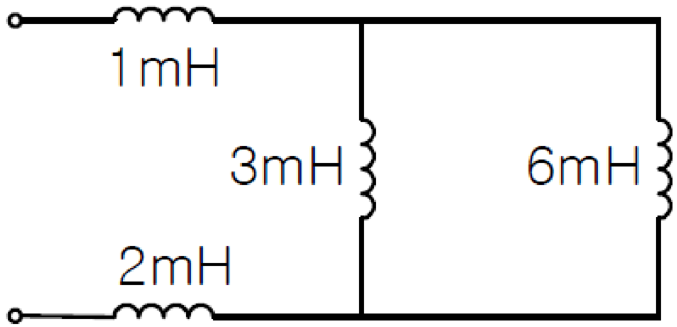




E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.5. 자기 인덕턴스의 합성법

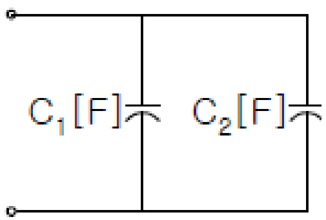
[예제 9-6] 그림 9-12를 1개의 인덕턴스로 변환하시오.

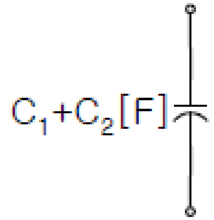


$$L = 1 + \frac{3 \times 6}{3+6} + 2 = 5\,[mH]$$

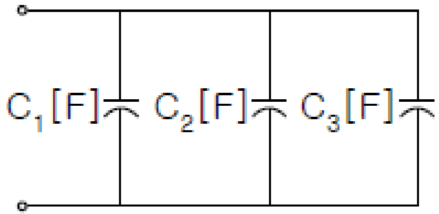
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

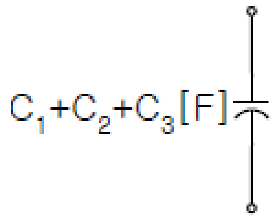
9.6. 커패시턴스의 합성법





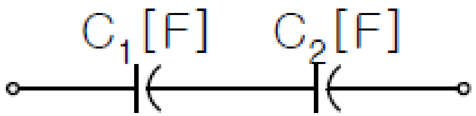
$$\frac{\dfrac{1}{j\omega C_1}\,\dfrac{1}{j\omega C_2}}{\dfrac{1}{j\omega C_1}+\dfrac{1}{j\omega C_2}}=\frac{1}{j\omega C_1+j\omega C_2}=\frac{1}{j\omega\left(C_1+C_2\right)}\longrightarrow C=C_1+C_2$$



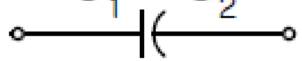


E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.6. 커패시턴스의 합성법



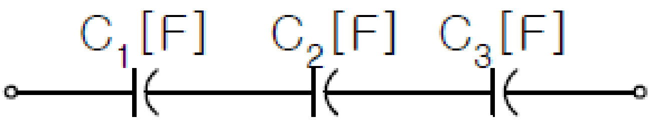
$$\frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}$$



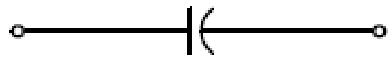
$$\frac{1}{j\omega C_1}+\frac{1}{j\omega C_2}=\frac{j\omega C_1+j\omega C_2}{j\omega C_1\, j\omega C_2}=\frac{1}{\dfrac{j\omega C_1\, j\omega C_2}{j\omega C_1+j\omega C_2}}$$

$$\longrightarrow \quad C=\frac{1}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}}$$

$$=\frac{1}{j\omega\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}}=\frac{1}{j\omega\dfrac{1}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}}}$$



$$\frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}}$$

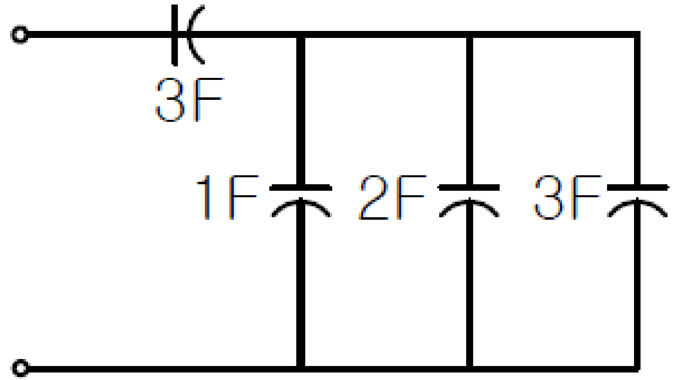


한양대학교 HANYANG UNIVERSITY

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.6. 커패시턴스의 합성법

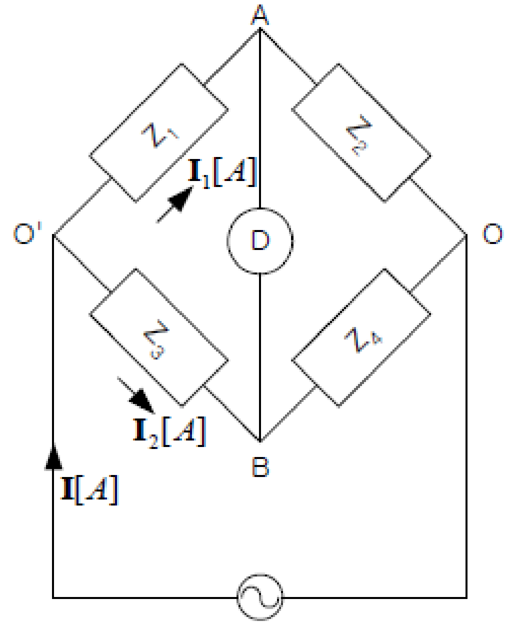
[예제 9-7] 그림 9-15를 한 개의 등가 커패시턴스로 변환하시오.



$$C = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 2[F]$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.7. 교류 브리지 회로



검류계에 흐르는 전류가 0이 되어 브리지가 평형 되었다면,

$V_{AO} = V_{BO}$ 그리고 $V_{O'A} = V_{O'B}$

$Z_1 I_1 = Z_3 I_2, \quad Z_2 I_1 = Z_4 I_2$

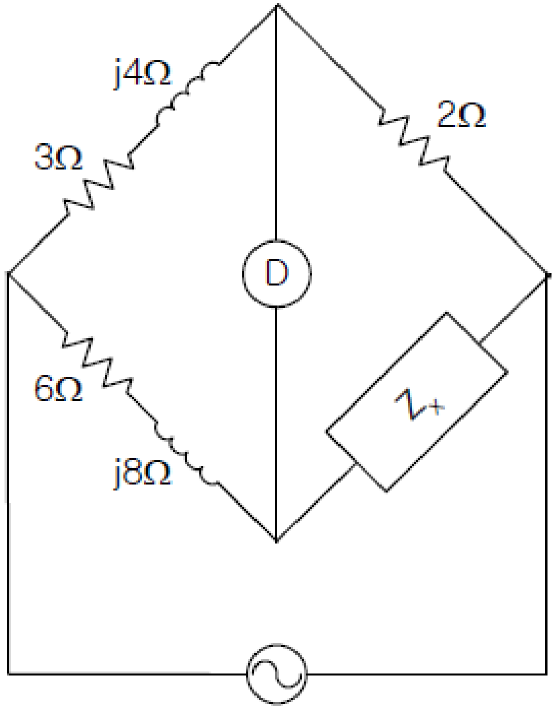
$$\Rightarrow \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{Z_1}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4} \quad \therefore Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

한양대학교 HANYANG UNIVERSITY

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.7. 교류 브리지 회로

[예제 9-8] 그림 9-17의 브리지회로가 평형 되었을 경우 Z_x를 구하시오.

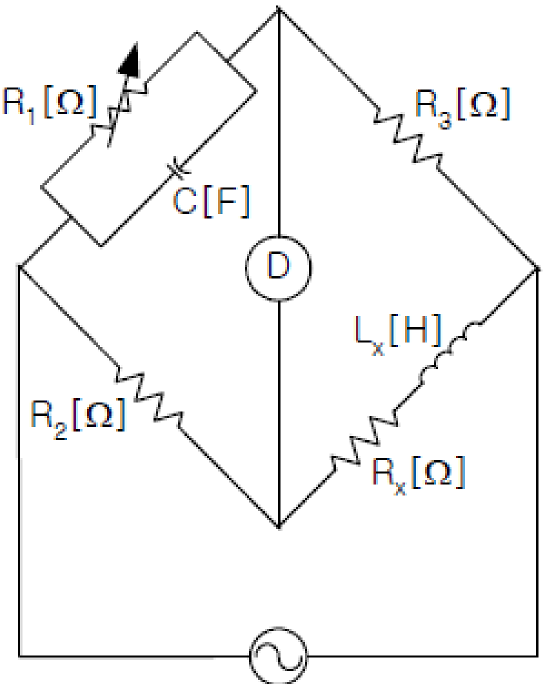


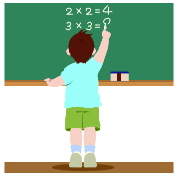
$$Z_X = \frac{2(6+j8)}{3+j4} = 4$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

9.7. 교류 브리지 회로

[예제 9-9] 그림 9-18은 미지의 인덕턴스와 거기에 포함된 저항 값을 측정하는 맥스웰 브리지이다. 그림의 상태에서 브리지가 평형 되었을 경우 $L_x[H]$와 $R_x[\Omega]$를 구하시오.





E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung